



Coppa Marconi 2009

gara a squadre di matematica
per studenti delle scuole medie di
Carrara

12 Dicembre 2009

**Avete 2 ore di tempo per
salvare la Repubblica dalle armate dell'Impero!
*la Forza sia con voi!!!***

Istruzioni Generali

• Per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero compreso tra 0000 e 9999. Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera (si ricorda che la parte intera di un numero reale x è il più grande intero minore od uguale ad x). Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000. Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, oppure se non è univocamente determinata, si indichi 9999.

• Quanto sopra vale a meno che nel singolo problema non sia diversamente specificato.

• Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tenere conto dei seguenti valori approssimati:

$\pi = 3,1416$ $\sqrt{2} = 1,4142$ $\sqrt{3} = 1,7321$ $\sqrt{5} = 2,2361$ $\sqrt{7} = 2,6458$ $\sqrt{11} = 3,3166$ $\sqrt{13} = 3,6056$ $\sqrt{17} = 4,1231$

1) Un test per C-3PO

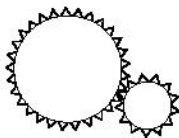
Il giovane Anakin Skywalker ha appena terminato di costruire il suo cyborg C-3PO e per testare di non aver commesso errori a programmare la sua intelligenza artificiale gli propone il seguente quesito: "quanto vale la somma di tutti i numeri interi da -1999 a 2002 estremi inclusi?" Quale sarà la risposta di C-3PO se è stato programmato correttamente?

2) Una trappola per i cloni

Il capo dei gungan vuol tendere una trappola ai cloni che stanno avanzando su linee parallele compatte e ordina che sia scavata una profonda buca della larghezza esatta di una linea di cloni. Jar Jar Binks viene incaricato di correre lungo la prima fila di cloni e misurare di quanti passi è larga. Jar Jar Binks riferisce di aver fatto esattamente 120 passi, ma il capo ha visto che è scappato prima di completare tutta la linea tralasciando di misurare gli ultimi 4 cloni della fila!

Se una fila di cloni è composta da 52 cloni, quanti passi dovrà misurare la larghezza della buca?

3) Avaria sul Millennium Falcon



Chewbecca è stato incaricato da Han Solo di riparare una avaria al motore del Millennium Falcon dove c'è un ingranaggio che ha la ruota dentata più grande con raggio triplo rispetto alla ruota dentata più piccola. Aiutate Chewbecca e determinate quanti giri fa in un minuto la ruota piccola in senso orario se la ruota grande in un minuto fa 2460 giri in senso antiorario.

4) Si salvi chi può!

50 persone sono intrappolate a bordo di un incrociatore spaziale della Repubblica colpito dalla Morte Nera. Il computer di bordo ha stimato che l'incrociatore esploderà tra 1 ora. L'unica salvezza è la piccola nave di salvataggio a 5 posti (1 pilota + 4 passeggeri) presente a bordo. Un viaggio di andata e ritorno verso il pianeta amico più vicino dura 9 minuti. Quante persone riusciranno a salvarsi?

5) Una fabbrica di cyborg

Luke Skywalker ha scoperto una fabbrica di cyborg clandestina che produce ogni giorno della settimana un numero differente di cyborg secondo una strana sequenza: lunedì 3 cyborg, martedì 6 cyborg, mercoledì 18 cyborg, giovedì 21 cyborg, venerdì 63 cyborg, sabato 66 cyborg. Domani è domenica, quanti cyborg saranno prodotti?

6) R2-D2 aiutaci tu!

R2-D2 deve disinnescare una bomba nucleare che sta per esplodere, ma per farlo deve scoprire prima quanto vale il numero segreto $\frac{a+b}{b+c}$ sapendo solo che $\frac{a}{b} = 15$ e $\frac{c}{b} = 3$ Qual è questo numero?

7) Le lingue di Naboo

Sul pianeta Naboo vivono gli umani che parlano il galattico standard e i gungan che parlano l'anfibiese. Su Naboo parte della popolazione parla solo il galattico, parte parla solo l'anfibiese e parte parla entrambe le lingue. Obi-Wan Kenobi ha rilevato che su Naboo 85 abitanti su 100 parlano il galattico mentre 75 su 100 parlano l'anfibiese. Su 100 abitanti di Naboo quanti parlano entrambe le lingue?

8) Il dilemma di Yoda

Il maestro Yoda sa che un jedi e mezzo elimina 1 clone e mezzo in un minuto e mezzo. Se il maestro Yoda deve far eliminare 100 cloni in 15 minuti, qual è il numero minimo di cavalieri jedi che deve mandare?

9) La nuova palestra di allenamento per jedi

La nuova palestra di allenamento per i jedi è su 2 piani, una prima rampa di scale va dal piano terra al primo piano, una seconda rampa di scale va dal primo al secondo piano. Il piano terra è alto 336 cm mentre il primo piano è alto 304 cm. Poiché il maestro Yoda ha voluto che i gradini delle due rampe di scale fossero tutti uguali, quanti gradini sono stati costruiti dal piano terra al primo piano se è stata usata la massima altezza possibile?

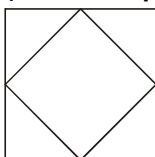
10) A pieno ritmo

Su Alderaan la produzione di nuovi caccia sta procedendo a pieno ritmo con due gruppi di operai. Il primo gruppo di operai riesce ad ultimare l'assemblaggio di un caccia in 6 ore, mentre il secondo gruppo, più esperto ed efficiente, impiega solo 3 ore a terminare un caccia. Poiché la Morte Nera si sta avvicinando la principessa Leila ha ordinato agli operai di lavorare tutti assieme. In quanti minuti gli operai ora riusciranno a produrre un caccia?

11) Chiave digitale

Anakin sta cercando di entrare in un magazzino per rubare un pezzo di ricambio per il suo sguscio. La porta di accesso ha una chiave digitale e ad Anakin hanno riferito che il numero n da digitare è il più grande numero naturale tale che $n^{222} < 5^{333}$ Che numero deve digitare Anakin?

12) Piccoli aspiranti jedi

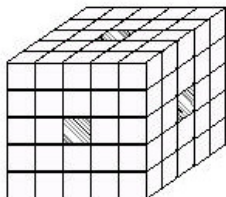


Agli aspiranti jedi è stato chiesto quanti pentagoni vedessero nella figura qui a lato. Cosa avrà risposto il piccolo Anakin Skywalker secondo voi?

13) Brindisi per la vittoria!

Brindiamo assieme a Luke Skywalker dopo la sua vittoriosa missione che ha permesso la distruzione della Morte Nera! Se siamo in 10 attorno al tavolo a festeggiare e ognuno dei presenti fa cin-cin con ognuno degli altri, alla fine quanti cin-cin sono stati fatti?

14) Il Palazzo Oscuro

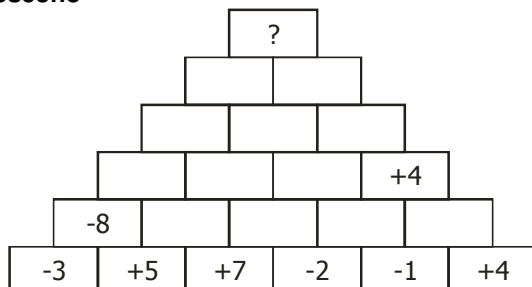


Il misterioso Signore dei Sith ha fatto costruire un palazzo a forma di cubo con lato di 5 Km, a sua volta formato da cubetti di lato 1 Km. Al fine di permettere il passaggio delle astronavi, sono state tolte le tre file di cubetti centrali come mostrato in figura. Il palazzo poi è stato completamente immerso in una immensa vasca piena di pittura nera. Alla fine del processo di pitturazione quanti cubetti hanno una sola faccia nera?

15) Passatempo da jedi!

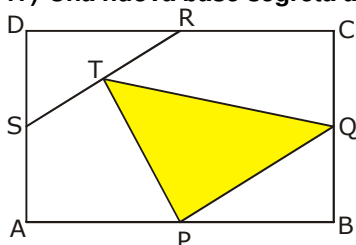
Obi-Wan Kenobi è in attesa che il maestro Yoda lo riceva per discutere il futuro del giovane Anakin Skywalker e per passare il tempo si propone di risolvere il seguente problema “qual è il minimo numero possibile di divisori interi positivi che può avere un numero intero positivo di cui sappiamo solo che è divisibile per 21 e per 9?” Rispondete voi alla domanda.

16) I piccoli aspiranti jedi crescono



Il giovane Anakin Skywalker comincia ad averne le tasche piene della scuola per aspiranti jedi! Oggi gli hanno chiesto quale numero dovrà logicamente essere posto nel mattone più in alto della piramide sopra indicata sapendo solo che nei calcoli da svolgere va eseguita una sola operazione alla volta.

17) Una nuova base segreta a Naboo



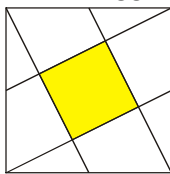
La Repubblica sta ultimando una nuova base segreta sul pianeta Naboo. La base ha forma rettangolare (ABCD in figura) e copre una superficie di 1660 m². Le torri di controllo sono poste nei punti medi P, Q, R e S del rettangolo ABCD. La pista di atterraggio è il triangolo PQT dove T è il punto medio del segmento SR.

Ora bisogna pavimentare la pista di atterraggio con un materiale speciale, quanti m² di questo materiale bisogna far arrivare a Naboo?

18) I caccia della Morte Nera

Dart Fener ha fatto imbarcare sulla Morte Nera 1000 caccia e l'addetto alla numerazione viene incaricato di numerarli da 1 a 1000. L'addetto, per eseguire l'ordine, deve farsi dare dal magazzino le varie cifre necessarie, di quanti "9" ha bisogno?

19) Distruggete l'avamposto dei Sith!



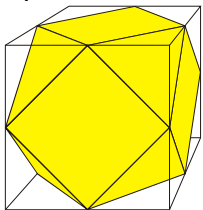
A Han Solo e a Chewbecca è stata affidata la missione di distruggere l'avamposto dei Sith. L'avamposto è a forma quadrata con lato di 80 m ed è diviso da delle fasce trasversali ottenute unendo ogni vertice al punto medio di un lato opposto come mostrato in figura. Il quadrato centrale è il cuore dell'avamposto, ma per distruggerlo bisogna prima determinare l'area del quadrato centrale (in m²), fatelo!

20) Messaggio in codice

Dart Fener ha diramato il seguente messaggio a tutti i suoi comandanti “Sincronizzate gli orologi, ora sono le 00:00. Attaccare il pianeta Terra all'ora in cui 1/3 della parte del giorno trascorsa sarà uguale ad 1/5 di quella che resta da trascorrere”. A che ora partirà l'attacco alla nostra cara Terra?

Dare le risposta nel formato hhmm (ad. es. se la risposta è ore 4 e 20 minuti, scrivere 0420)

21) La Morte Nera



E' di cruciale importanza determinare il volume della Morte Nera! In un giro di ricognizione Luke ha scattato una foto olografica 3D che opportunamente rielaborata dal computer di bordo viene riportata qui a sinistra (in 2 dimensioni purtroppo). Dall'analisi della foto Luke ne deduce che la sua forma è simmetrica e si può ottenere tagliando opportunamente i vertici di un cubo di lato 18 Km. Qual è il volume in Km³ della Morte Nera?

22) Salvate Alderaan!

Un grande esercito di cloni è stato inviato da Dart Fener a conquistare il pianeta di Alderaan. Una spia è riuscita a mandare il seguente messaggio cifrato alla principessa Leila "il numero di cloni inviati è pari alla somma di tutti i numeri interi di 4 cifre che si riescono a formare con le cifre 1, 2, 3 e 4 dove nessuna cifra è ripetuta". È fondamentale decifrare il messaggio, determinate voi quanti sono i cloni dell'esercito invasore. ATTENZIONE, se il risultato è maggiore di 9999 riportare come risposta le prime 4 cifre lette da sinistra (ad esempio se il risultato è 32465 scrivere 3246).

23) Il lato oscuro della Forza

Il cammino di apprendimento del lato oscuro della Forza prevede vari livelli di conoscenza in ognuno dei quali si apprende un certo numero di nuovi oscuri segreti. Il Signore dei Sith ha rivelato a Dart Fener che il primo livello prevede un solo segreto mentre l'ultimo livello ne prevede ben 1000, e che dal terzo livello in poi il numero di segreti da apprendere è pari alla somma dei segreti di tutti i livelli che precedono. Nella più lunga sequenza di livelli che si può costruire con queste regole, quanti sono i segreti da apprendere nel secondo livello?

24) Il quartiere generale dei cavalieri jedi

La pianta del quartiere generale dei cavalieri jedi ha una pianta esagonale piuttosto strana che può essere disegnata in questo modo: prima disegnare un quadrato ABCD di lato 10m quindi, detti M ed N rispettivamente i punti medi dei lati AB ed AD, disegnare i segmenti CN e DM. Detto P il punto di intersezione di DM con CN si ottiene finalmente l'esagono della pianta che è ABCDPN. Qual è l'area in m² di questo strano esagono?